

Matematik styrer fremtidens samfund

Gennembrud inden for den matematiske forskning gør det muligt at styre en række af samfundets komplekse funktioner. De matematiske modeller har allerede fundet vej til så forskellige områder som genetikken, telekommunikationen og portrætkunsten!

Af Carsten Broder Hansen

■ I sin bil på vej til arbejdspladsen i storbyens centrum modtager chaufføren en meddelelse fra det elektroniske display på instrumentpanelet. To kilometer længere fremme på motorvejen er der kun en enkelt vejbane åben, og bilens computer anbefaler derfor føreren at tage nærmeste frakørsel til højre. Displayet viser samtidigt en alternativ rute til målet, og foreslår løbende en hensigtsmæssig hastighed, så antallet af stop til målet bliver ganske få. Samme anbefaling om frakørslen kommer ud til 40 % af de andre biler i nærheden, men ikke alle de øvrige i samme kørselsretning, der fortsætter ad motorvejen. Til de 40 % udsendes til gengæld vidt forskellige forslag til rute efter frakørslen. Selv chaufførens kollega, som ellers arbejder på samme etage, og som kører få meter bagved, har fået en anden rute. Det skyldes, at den videre kørsel inkluderer



Verdens storbyer er plaget af trafikkaos og enorme bilkøer, som her på en mindre indfaldsvej til Bangkok. Effektiv trafikkontrol kan spare milliarder af kroner.

en rundkørsel med begrænset trafikkapacitet, og chaufføren og kollegaens samlede tidsforbrug bliver mindre, hvis kun den ene bil anvender rundkørslen.

I hver eneste af alle trans-

portmidler i verden sidder en computer, der konstant udveksler oplysninger med alle andre køretøjer og med computere i veje og lyskryds samt med centrale computere, hvorfra

informationer om ulykkessteder, vejarbejde, særtransporter, udrykningskøretøjer og offentlige transportmidler udsendes. Hver bils hastighed og rute kan således løbende justeres, så både den individuelle chauffør kommer hurtigt frem, og ikke mindst så den samlede trafik bliver afviklet glidende.

Matematik kan spare milliarder

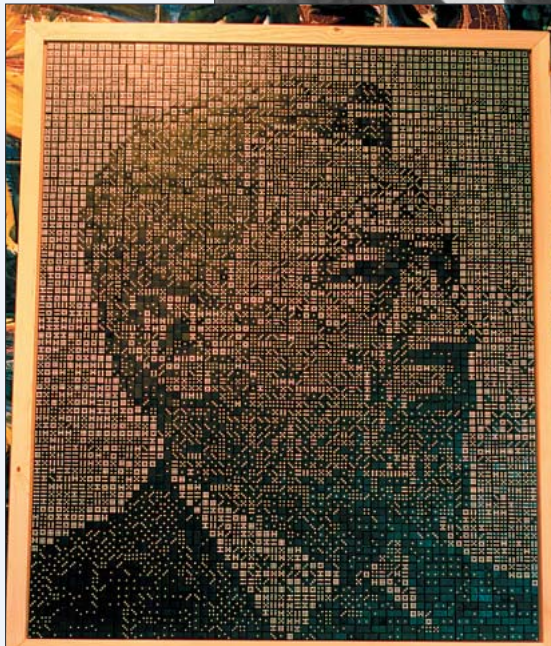
Ovenstående scenarium kan blive realitet inden for en overskuelig fremtid. Den enkelte pendler når måske kun 10-15 minutter tidligere frem, men for virksomhederne og samfundet vil det betyde milliarder af kroner i besparelse hver eneste dag. Samtidigt reduceres risikoen for trafikuheld, og når ulykken alligevel indtræffer, kan systemet sikre, at hjælpen kommer hurtigst muligt frem til de tilskadedkomne.

På indfaldsvejene til de fleste af verdens storbyer er der allerede i dag regelmæssigt

Det originale foto af den danske matematiker Julius Petersen (1839-1910)



Ved hjælp af heltalsprogrammering og et stort antal binære ja/nej spørgsmål danner computeren et domino-portræt af Julius Petersen ved at simulere brikker med 0-9 prikker.



Matematikeren Robert Bosch har fremstillet et portræt af Julius Petersen af 48 rigtige domino-spil, efter computerens skabelon. Billedet der måler 160 X 190 cm er skænket til DTU

Går man tættere på billedet, ses tydeligt, hvordan domino-brikkeres forskellige antal hvide prikker kan efterligne en gråtone-skala fra 0-9.

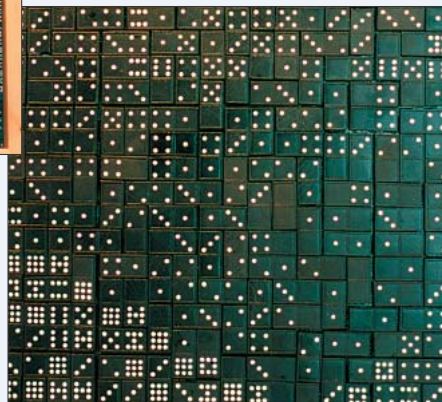
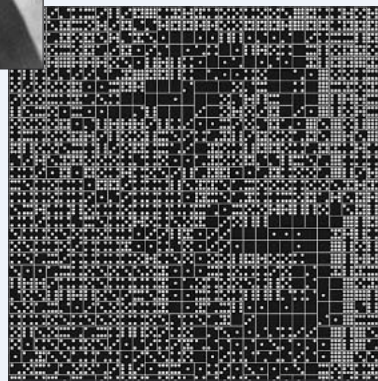


Foto: C.B. Hansen

Verdens største domino-portræt

Den amerikanske matematiker Robert Bosh har specialiseret sig i at lave computerberegnete dominoportrætter. Bryllupper, jubilæer og afskedsreceptioner er eksempler på begivenheder, hvor Robert Bosch er blevet bedt om at levere computerfremstillede domino-portrætter af hovedpersonerne. Foreløbigt er det fortrinsvis folk fra det matematisk/naturvidenskabelige miljø, som værdsætter de specielle billeder, men kundekredsen øges hele tiden. Foruden forskere og matematikere er det Mari-

lyn Monroe, Einstein, Martin Luther-King og Frihedsgudinden, der er mest efterspurgte modeller. Som en særlig specialitet laver Robert Bosch af og til nogle portrætter i rigtige domino-brikker efter computerens skabelon.

Verdens foreløbigt største domino-billede forestiller således den danske matematiker Julius Petersen (1839-1910). Billedet måler 160 x 190 cm., og er samlet af 48 domino-spil. Heltalsprogrammering med omkring 1 million variable og knap 5.000 begrænsninger

lagde beslag på Roberts ganske hurtige CPU'er i 4 timer, inden beregningen blev gennemført, og computeren havde tegnet sit bud på Julius Petersen. Først derefter kom den virkelige udfordring, da Robert Bosch i ugerne efter samlede billedet ud af 48 rigtige domino-spil, og til sidst limede det store puslespil sammen. Portrættet af Julius Petersen blev skænket til DTU, hvor det nu hænger som et eksempel på den avancerede matematiks mere utraditionelle anvendelsesmuligheder.

trafikkaos og lange bilkøer, der næsten ikke bevæger sig. Alt tyder på, at trafikpresset fortsat vil øges. Den løbende udvikling af computerkraft er et væsentligt element i de kommende års trafikregulering, men overraskende nok slet ikke det vigtigste. Selv 10.000 gange større regnekraft end nutidens kraftigste computere vil langt fra være tilstrækkeligt til at overskue trafikens mange variable. Det er i stedet ekstremt avancerede matematiske programmer, som er den vigtigste forudsætning for at gennemføre en optimal trafikkontrol og for at styre samfundets øvrige komplekse strukturer. Telekommunikation, programmer der kan anviser, hvordan f.eks. et luftfartselskab skal begrænse sine tab, når der sker flyaflysninger, styring af store virksomheders distributionsystemer samt planlægning af energiforsyning til industri og private er nogle af de områder, hvor de matematiske programmer får afgørende betydning.

Operationsanalyse og erhvervsliv

Ved Informatik og Matematisk Modelling (IMM) på DTU forskes der i matematiske løsninger på problemer af samme type som trafikproblemet. Det er blandt andet inden for områderne operationsanalyse og heltalsprogrammering, at der i de seneste år er sket store gennembrud. Operationsanalyse er beslutninger taget på baggrund af matematiske data, og metoden er især velegnet til brug i store virksomheder.

Fra politisk side bliver der jævnligt udtrykt ønske om øget samarbejde mellem forskning og erhvervsliv, og her har den moderne matematik en oplagt funktion. Jesper Larsen, lektor på IMMs afdeling for operationsanalyse forklarer: »Planlægning i en moderne virksomhed er ofte en uhyre kompleks opgave. Ved at anvende operationsanalyse kan virksomhederne sikre, at de valgte løsninger er de bedst mulige. Systematisk brug af operationsanalyse som værktøj øger ganske enkelt virksomhedernes indtjening.«

Kan bruges på alle niveauer i samfundet

Oprindeligt kaldtes "det at beslutte sig for en plan" for "programming" på engelsk – heraf kommer betegnelsen "matematisk programmering" for planlægning baseret på matematiske modeller. Modelerne bruger variable til at angive beslutningerne, der ofte kan afgøres med "ja" eller "nej". Variablene skal så tilsvarende være 1 eller 0 – og problemet kaldes for et heltalsprogrammerings-problem.

I august 2003 var Danmark for første gang vært for det Internationale Symposium om Matematisk Programmering (ISMP) med deltagelse af over 1.000 matematikere fra hele verden. Konferencen blev arrangeret i samarbejde mellem Københavns Universitet og DTU, og tiltrak det meste af områdets forskerelite.

Selvom mange indlæg naturligvis handlede om kompliceret matematik på specialniveau, havde flere af konferencens temaer direkte relation til virkelighedens verden. Professor Jens Clausen fra IMM var en af konferencens værter. Han opsummerer: »Hvordan man bedst udnytter begrænsede ressourcer sammenfatter meget godt den matematiske programmerings potentiale. Vore resultater kan i sidste ende bruges på alle niveauer i samfundet.«

Domino-portrætter

Matematikeren Robert Bosch har fundet en usædvanlig anvendelse for heltalsprogrammeringen, idet han fremstiller og sælger computerdannede billeder opbygget af domino-brikker! Han gæstede ISMP, og forklarede proceduren.

Et originalbillede, typisk et s/h fotografi, bliver scannet og inddelt i et antal kvadratiske felter. Hvert felt måles, og feltets gennemsnitlige gråtone bliver beregnet. Kunden sælger derpå, hvor mange hele sæt domino-spil, der skal bruges til det endelige billede – jo flere sæt desto mere kompliceret beregning.

Domino-brikker har som bekendt et variabelt antal hvide

prikker. En brik med det maksimale antal på 9 prikker vil angive billedets lyseste områder, mens brikker med 0 prikker naturligvis er helt sorte. Det samlede spil giver således en "gråskala" fra 0 til 9, som skal oversættes til den beregnede gennemsnits-gråtone i originalens kvadrater.

Ved hjælp af heltalsprogrammering kan det optimale arrangement af det valgte antal domino-spil beregnes. Matematikken fungerer i praksis ved, at der opstilles et enormt antal binære ja/nej beslutninger, samtidigt med at man overholder et stort antal begrænsninger som f.eks., at alle brikker i alle spil skal anvendes, og alle felter skal fyldes med samme antal brikker. Computeren "spørger" i billedets første hjørne, om der skal anvendes en 0-0 brik, ja eller nej. Hvis nej, så en 0-1 brik ja/nej osv. indtil svaret bliver ja og feltets domino-opbyggede gråtone gradvist matcher originalfeltets gråtone. Computeren tegner derpå hver brik, indtil det færdige portræt er skabt som den matematiske optimale gengivelse af det originale billede.

I anledning af konferencen skænkede Robert Bosch Verdens hidtil største domino-billede til DTU (se boks). Billedet forestiller den danske matematiker Julius Petersen (1839-1910).

Dansen med "Den rejsende sælger"

"Den Rejsende Sælger Problem" (eng.: Travelling Salesman Problem = TSP), er en af den matematiske programmerings klassiske udfordringer. Kort fortalt handler TSP om, hvordan en handelsrejsende finder den optimale (billigste) rute mellem et antal byer. Omkostninger antages at være proportionale med afstandene, og hver by må kun besøges en gang på ruten, ligesom sælgeren skal returnere til sit udgangspunkt.

Ulempen ved denne type matematiske problemer er, at selv ved ganske få byer (lille n) bliver antallet af mulige ruter helt uoverskueligt stort. Løsningen på den bedste rute mellem blot 49 byer blev således ikke



Foto: Carsten Broder Hansen

Den amerikanske matematiker William Cook er en af TSP-matematikens førende forskere. Hans næste mål er at finde den korteste rute mellem alle universets kendte stjerner.

beregnet før 1954, selvom problemet var genstand for forskning allerede i 1930'erne. Først i 1971 lykkedes det M. Held and R.M. Karp at løse problemet for 64 byer, og det var i ramme alvor, at det dengang blev anset for et faktum, at et problem med 25.000 byer ville tage ikke mindre end 6064 år at løse! Det var naturligvis før computerne blev almindelige, men selv med moderne CPU'er beregningerne utroligt tidskrævende.

Den ultimative udfordring

Den berømte William Cook gæstede Danmark i forbindelse med ISMP. Den farverige amerikaner fra Georgia Technological Institute er en af verdens førende forskere indenfor TSP, og han har været medvirkende i de store gennembrud på området

i nyere tid, som eksempelvis da det lykkedes at finde ruten mellem 7.397 byer i 1994, 13.509 byer i 1998, og ruten mellem alle byer i Tyskland i 2001 (15.112 byer). Efter hans foredrag på konferencen talte jeg med ham om TSP-matematikens mulige anvendelser i dag.

Ifølge William Cook kan de metoder og algoritmer, der anvendes for at løse TSP-problemer nemt overføres til en række områder, og i vid udstrækning foregår dette allerede. Transport og logistik er naturligvis oplagte, da udfordringen med at finde billigste og hurtigste rute jo netop er TSPs oprindelige definition, men overraskende nok finder de tilpassede algoritmer også vej til helt andre felter. Et af disse meget lovende områder er genetikken, hvor

Den rejsende frugtplukker – er avanceret ruteplanlægning nøglen til orangutangens succes?

I regnskoven på Sumatra og Borneo er orangutanger udsat for en virkelighed, der minder om "Den rejsende sælger" – problemet. Forbløffende nok løser menneskeaberne udfordringen næsten lige så godt som matematikerne!

Når forskere på et kort over en orangutangs territorium indtegner de største frugtræer, og følger orangutangens færden over lang tid, viser det sig, at dyrets rute mellem træerne næsten altid er den kortest mulige. Selvom der sjældent er mere end 8-10 vigtige frugtræer i et gennemsnitligt orangutang-territorium, har det alligevel forbløffet zoologerne, at de store menneskeaber er i stand til at "beregne" den korteste rute så nøjagtigt. At kunne finde og gennemføre den optimale rute mellem fødekilder er måske forklaringen på artens succes i et meget konkurrencepræget regnskovsmiljø.

Orangutangen er en højt specialiseret menneskeabe, som tilbringer stort set hele sin tilværelse i regnskovens midterste til øverste etager. Orangutangen bevæger sig kun fra 50 til 1.000 meter dagligt, og bruger over 60 % af sin tid på at søge efter føde og på at spise. Den indtager over 300 forskellige føde-typer, og en stor del af føden forekommer kun i meget små mængder. Orangutangen spiser overvejende frugter som durian, figner og rambutan, når disse er tilgængelige. Da frugtsætning i regnskoven kun foregår i perioder, er dyrene ofte henvist til at supplere føden med bark, blade, knopper og lejlighedsvist insekter.

Med en vægt på 70-95 kilo for hanner og 35-45 kilo for hunner er orangutangen blandt de største dyr i de sydøstasiatiske regnskove, med et tilsvarende stort energibehov. Orangutangens størrelse og imponerende styrke gør den i stand til hurtigt at skræmme andre frugtpisende dyr væk,



Foto: Carsten Broder Hansen

De sydøstasiatiske menneskeaber klarer sig blandt andet ved hjælp af evne til med næsten matematisk præcision at finde den optimale vej mellem de forskellige fødekilder.

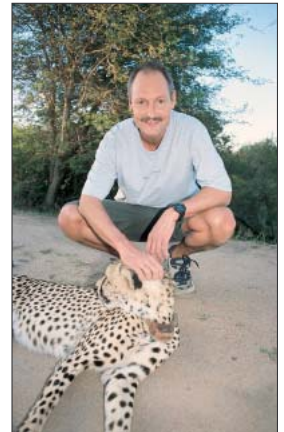
når dyrene samles i træerne. Imidlertid bevæger orangutangen sig meget langsomt i forhold til stort set alle konkurrenterne, og mange af frugterne vil således allerede være blevet ædt af hurtige dyr som næsehornsflugte, egerne og makak-aber, når orangutangen kommer frem. Orangutangens størrelse er således på ingen måde garanti for eneret til territoriets fødekilder.

Imidlertid giver orangutangens evne til at finde optimale ruter aben en stor fordel i forhold til mindre begavede dyr, som må bruge en mængde energi på tilfældig og opportunistisk fødesøgning. Orangutangen kan ydermere huske og forudse, hvornår de forskellige træer bærer frugt, og således spare en energimæssig kostbar

omvej uden for sæsonen.

Mange forskere som f.eks. Birute Galdikas påpeger, at orangutangens intelligens sandsynligvis først og fremmest er udviklet som et produkt af artens økologiske specialisering. Galdikas har i knap 25 år iagttaget og undersøgt orangutanger i Tanjung Puting på den indonesiske del af Borneo. Hendes studier tyder klart på, at jo større udfordringer aberne møder, når de skal finde føde, jo mere favoriseres intelligente individer hvad angår sundhedstilstand og videre forplantning.

Selvom orangutanger ikke kender til heltalsprogrammering, er evnen til at finde optimale ruter muligvis en forudsætning for artens overlevelse.

**Om forfatteren**

Carsten Broder Hansen er cand.scient., videnskabsjournalist & fotograf

Adresser:

Informatik og Matematisk Modellering (IMM), DTU, bygning 305
Tlf: 4525 3014

samt
IPU/DTV, Inst. for Produktudvikling / Danmarks Tekniske Videncenter
DTU, bygning 101,
2800 Kgs. Lyngby.
Tlf: 4525 7428

e-mail: cbh@imm.dtu.dk & cbh@dtu.dk

TSP-matematikken blandt andet bruges til at udregne den statistiske sandsynlighed for, at et par genetiske markører befinder sig nær hinanden på et kromosom – oplysninger, der er af stor vigtighed i det fortsatte arbejde med den genetiske

kortlægning.

For nyligt blev ruten mellem alle verdens 1.904.711 byer fundet, men den næste udfordring er klar. Astronomerne har kortlagt 526.280.881 stjerner, og William Cook og hans samarbejdspartnere har

fået tilladelse til at bruge disse data. Selvom det næppe får den afgørende praktiske betydning de næste par millioner år, er udregningen af den korteste rute mellem universets kendte stjerner helt sikkert en af TSP's ultimative udfordringer. ■